

# Desacoplamiento dinámico y control de robot RRR de arquitectura abierta

Daniel De la Cruz-Muciño<sup>1</sup>, Miguel Gabriel Villarreal-Cervantes<sup>1</sup>, Jesús Said Pantoja-García<sup>2</sup>, Nancy Donaji Hidalgo-Vázquez<sup>1</sup>

<sup>1</sup>CIDETEC-IPN, D.F., México

danielclcm@msn.com.mx, mvillarrealc@ipn.mx, donaji@mmm.com

<sup>2</sup>ESIME-ZAC-IPN, D.F., México

salosono23@hotmail.com

*Paper received on 20/07/12, Accepted on 13/08/12.*

**Resumen.** En este trabajo se desarrolla el modelo dinámico desacoplado de un robot tipo RRR de tres grados de libertad (x, y, z) con base en la formulación de Euler-Lagrange. Se valida experimentalmente el modelo obtenido sobre una plataforma de arquitectura abierta, presentándose una comparación empírica de los resultados en simulación y experimental.

**Palabras Clave:** Arquitectura abierta, robot RRR, dinámica, desacoplamiento dinámico.

## 1 Introducción.

Desde hace muchas décadas atrás, la robótica ha sido importante en el entorno industrial. Sin embargo, actualmente la robótica de servicios [1] ha tenido gran impacto en la vida cotidiana debido al decremento del costo de los componentes que conforman al robot.

Algunos aspectos importantes que se consideran en los sistemas robóticos es la "inteligencia" y la reconfigurabilidad. Se entiende como "inteligencia" a la capacidad que tiene el robot de aprender por sí misma por medio de sensores y procesamiento de la información. Por otra parte, se refiere a reconfigurabilidad a la capacidad de definir funciones propuestas por el usuario tanto en el hardware así como en los programas. Es así, que la mayoría de los sistemas robóticos en el mercado tienen arquitectura cerrada de control en donde los detalles técnicos del sistema están ocultos y generalmente utilizan un protocolo propio de comunicación, por lo que cambiar la estrategia de control no es una tarea fácil. En [2] se propone un sistema de arquitectura abierta para una máquina de control numérico. El resultado obtenido muestra que es fácil implementar estrategias de control y características del monitoreo con el sistema propuesto.

El estudio de la robótica [3] es una parte indispensable para el entendimiento de su cinemática, dinámica, planeación de trayectorias y control. Sin embargo, su estu-

dio formal requiere de sistemas robóticos de arquitectura abierta para llevar a la práctica la teoría. Un sistema de arquitectura abierta se define como aquel sistema en donde su planeación de trayectoria y controlador es flexible y reconfigurable haciendo énfasis en su facilidad para su programación utilizando algún lenguaje de programación.

Por otra parte en [4] se analiza y se desarrolla la dinámica completa del robot SCARA, considerando la dinámica de los actuadores. Se muestran únicamente resultados en simulación y en animación por lo que el trabajo experimental queda como trabajo futuro. Además se enfatiza el hecho de realizar primeramente simulaciones con el modelo del robot antes de llegar a la etapa experimental para evitar algún daño al sistema por una mala sintonización del controlador.

En [5] se desarrolla la dinámica de un manipulador móvil. Se analizan los efectos de las fuerzas que interactúan entre los dos subsistemas (manipulador y robot móvil). Los resultados en simulación muestran que la dinámica del manipulador se afecta por las fuerzas y/o pares ejercidos en el robot móvil pero no sucede lo mismo en caso contrario, es decir, la dinámica del robot móvil no se afecta por los pares y/o fuerzas del manipulador.

Por tal motivo en este trabajo se analiza y desarrolla la dinámica de un robot RRR en forma desacoplada, es decir, como si fueran un robot tipo RR y uno R. Se implementa una arquitectura de control abierta para su fácil implementación experimental, dando como resultado que el modelo desacoplado obtenido en forma analítica es válida en forma experimental.

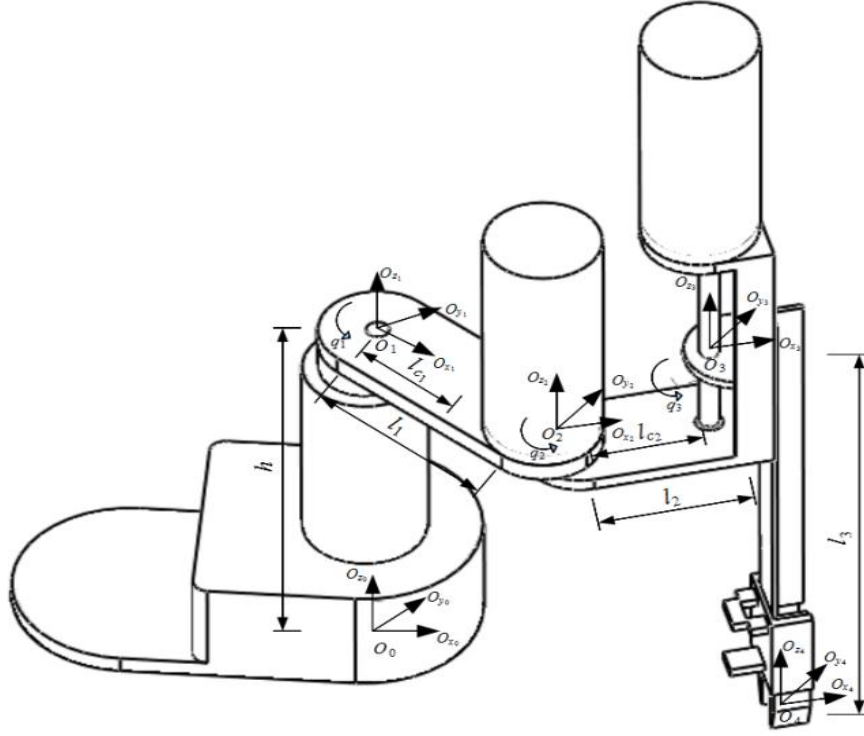
El artículo se organiza de la siguiente manera: En la sección 2 se desarrolla la cinemática y dinámica del robot. La estrategia de control a utilizar se establece en la Sección 3. La discusión de resultados se muestran en la sección 4 y finalmente en la sección 5 se presentan las conclusiones.

## 2 Cinemática y Dinámica.

Considere el robot mostrado en la figura 1 donde  $O_i \forall i = 0, \dots, 4$  es el origen del sistema de coordenadas del sistema inercial del  $i$ -ésimo eslabón y del efector final, respectivamente. La longitud, longitud del centro de masa, la masa y el tensor de inercia expresada en el centro de masa del  $i$ -ésimo eslabón se expresan como  $l_i \in R, l_{c_i} \in R, m_i \in R, {}^c I_i \in R^{3 \times 3}$ , respectivamente y  $h \in R$  es la distancia de la base al primer eslabón.

Definiendo las coordenadas y velocidades generalizadas como  $q = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$  y  $\dot{q} = [\dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3]^T$  se puede obtener la matriz de transformación [6] (1) que describe la cinemática directa del robot, donde  $A \in R$  es el desplazamiento lineal por vuelta del husillo del actuador final sobre el eje Z.

$${}_{o_0}T_{O_4} = \begin{bmatrix} \cos(q_1 + q_2) & -\sin(q_1 + q_2) & 0 & l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos q_1 \\ \sin(q_1 + q_2) & \cos(q_1 + q_2) & 0 & l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_1 \sin q_1 \\ 0 & 0 & 1 & h + \frac{1}{2\pi} A q_3 - l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$



**Figura 1.** Diagrama esquemático del robot RRR.

Debido a que la inercia del eslabón 3 es pequeña comparada con las inercias de los otros dos eslabones y con el propósito de simplificar el modelo dinámico del robot RRR, se propone desacoplar su dinámica en dos subsistemas, por lo que se establece que el robot RRR consiste de dos robots, uno de tipo RR y otro de tipo R.

Para obtener el modelo dinámico del robot RR por Lagrange se establece la velocidad lineal del centro de masa del eslabón 1 y 2 con respecto al sistema inercial  ${}^{0_0}V_{c_i} \forall i = 1, 2$ , dado por (2) y (3).

$${}^{0_0}V_{c_1} = [-l_{c_1} \sin(q_1) \dot{q}_1 \quad l_{c_1} \cos(q_1) \dot{q}_1 \quad 0]^T \quad (2)$$

$${}^{0_0}V_{c_2} = \begin{bmatrix} -l_1 \dot{q}_1 \sin(q_1) - l_{c_2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \dot{q}_1 \cos(q_1) + l_{c_2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos(q_1 + q_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

La energía cinética  $K_i$  del robot RR está dada por (4), donde  $\omega_1 = [0 \ 0 \ \dot{q}_1]^T$  y  $\omega_2 = [0 \ 0 \ \dot{q}_1 + \dot{q}_2]^T$  es la velocidad angular del  $i$ -ésimo eslabón escrita en su mismo sistema de coordenadas.

$$K_1 = \sum_{i=1}^2 \left( \frac{1}{2} m_i {}^{0_0}V_{c_i}^2 + \frac{1}{2} \omega_i^T I_i \omega_i \right) \quad (4)$$

Es importante mencionar que en el robot RR la energía potencial es cero debido a que el centro de masa de los eslabones 1 y 2 medido en el eje  $O_{z_0}$  permanece constante. Entonces el Lagrangiano  $\mathcal{L}_1$  es igual a la energía cinética. Por lo que las ecuaciones de movimiento de Lagrange están dadas por (5) y el modelo dinámico del robot se expresa en (6), donde  $\bar{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2]^T$  es el vector de pares y fuerzas de entrada,  $\bar{M} \in R^{2 \times 2}$  es la matriz de inercia,  $\bar{C}\dot{\bar{q}} \in R^2$  es el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis,  $\bar{q} = [q_1 \ q_2]^T$ ,  $\dot{\bar{q}} = [\dot{q}_1 \ \dot{q}_2]^T$ ,  $\ddot{\bar{q}} = [\ddot{q}_1 \ \ddot{q}_2]^T$  son los vectores de posición, velocidad y aceleración de los eslabones 1 y 2, respectivamente,

$\bar{\tau}_f = [k_{c1} \text{sgn}(\dot{q}_1) \ k_{c2} \text{sgn}(\dot{q}_2)]^T$  es el vector de fuerza de fricción de Coulomb y  $k_{c1} \forall i = 1, 2$  es la constante de fricción de Coulomb.

$$\bar{\tau}_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{d\mathcal{L}}{dq_i} \right) - \frac{d\mathcal{L}}{dq_i} \forall i = 1, 2 \quad (5)$$

$$\bar{\tau}_i = \bar{M}(\bar{q})\ddot{\bar{q}} + \bar{C}(\bar{q}, \dot{\bar{q}})\dot{\bar{q}} + \bar{\tau}_f \quad (6)$$

Donde:

$$\bar{M}_{11} = m_2 l_1^2 + 2 m_2 \cos(q_2) l_1 l_{c2} + m_1 l_{c2}^2 + I_{zz1} + I_{zz2}$$

$$\bar{M}_{12} = \bar{M}_{21} = m_2 l_{c2}^2 + l_1 m_2 \cos(q_2) l_{c2} + I_{zz2}$$

$$\bar{M}_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_{zz2}$$

$$\bar{C}_{11} = -2\dot{q}_2 l_1 l_{c2} m_2 \sin(q_2)$$

$$\bar{C}_{12} = -\dot{q}_2 l_1 l_{c2} m_2 \sin(q_2)$$

$$\bar{C}_{21} = \dot{q}_1 l_1 l_{c2} m_2 \sin(q_2)$$

$$\bar{C}_{22} = 0$$

En el modelo dinámico del robot R, la energía cinética sólo incluye términos de la derivada momento angular, dando como resultado (7), donde  $J \in R$  es la suma del momento de inercia del husillo y del rotor del motor del efector final.

$$K_2 = \frac{1}{2} J \dot{q}_3^2 \quad (7)$$

Definiendo el Lagrangiano como  $\mathcal{L}_1 = K_2$ , el modelo dinámico del robot R se expresa en (8), donde  $\bar{M} = J$ ,  $\hat{\tau}_f = k_{v3} \dot{q}_3$  es el par de fricción viscosa y  $k_{v3} \in R$  es el coeficiente de fricción viscosa.

$$\tau_3 = M \ddot{q}_3 + \tau_f \in R \quad (8)$$

Finalmente, el modelo completo desacoplado se observa en (9), donde  $\tau = [\bar{\tau} \ \tau_3]^T \in R^3$ .

$$\tau = \begin{bmatrix} \bar{M}_{11} & \bar{M}_{12} & 0 \\ \bar{M}_{21} & \bar{M}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{M} \end{bmatrix} \ddot{\bar{q}} + \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & 0 \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{\bar{q}} + \begin{bmatrix} \bar{\tau}_f \\ \hat{\tau}_f \end{bmatrix} \quad (9)$$

### 3 Sistema De Control.

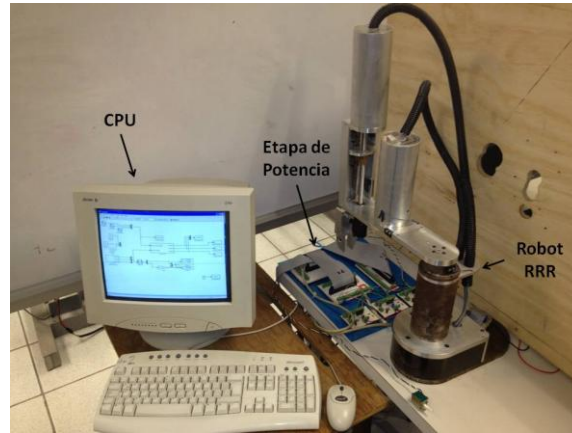
Se propone un controlador PID cuyo esquema utiliza el error de posición angular  $e_i = q_{d_i} - q_{r_i}$  para calcular el par de los actuadores de acuerdo a (10).

$$u_i = k_{p_i} e_i + K_{d_i} \dot{e}_i + K_{i_i} \int_0^{t_f} e_i dt \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

Donde  $q_{d_i}$ ,  $\dot{q}_{d_i}$  y  $q_{r_i}$ ,  $\dot{q}_{r_i}$  es la posición y velocidad angular deseada y medida del  $i$ -ésimo eslabón, respectivamente,  $k_{p_i} \in R$ ;  $k_{d_i} \in R$  y  $k_{i_i} \in R$  es la ganancia proporcional, derivativa e integral y  $\dot{e}_i = \dot{q}_{d_i} - \dot{q}_{r_i}$  es el error de velocidad angular.

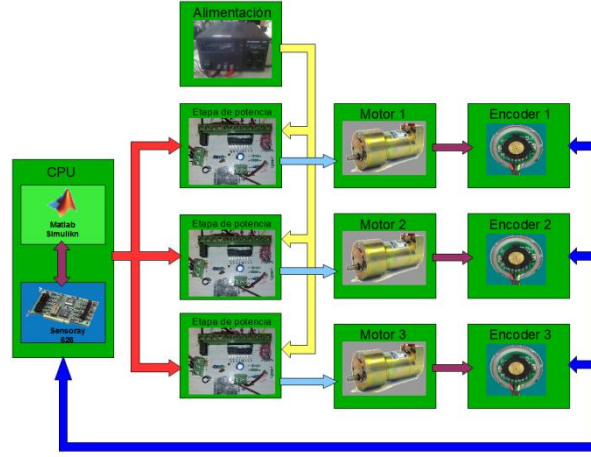
#### 4 Resultados.

El sistema experimental de arquitectura abierta consiste de un robot RRR el cual contiene tres servomotores Pittman, dos de ellos de la serie GM9234S033 y el otro de la serie GM9236S015, ambos con decodificador óptico de 500 pulsos por vuelta, una unidad de procesamiento central (CPU por sus siglas en inglés) Pentium IV a 3.2GHz con 4GB de RAM, de una tarjeta de adquisición de datos Sensoray 626 con interconexión de componentes periféricos (PCI por sus siglas en inglés) y de la etapa de potencia conformado por tres convertidores voltaje-corriente LMD18245, conectados al puerto de salidas analógicas de la Sensoray.



**Figura 2.** Sistema experimental de arquitectura abierta.

Para realizar las simulaciones numéricas se consideraron los parámetros del robot y del sistema de control mostrados en la Tabla 1. Cabe mencionar que los parámetros del robot se obtienen con la ayuda del programa de diseño paramétrico SolidWorks y el problema de control se aborda como un problema de seguimiento de trayectorias sin restricciones, donde las ganancias del controlador se obtienen de acuerdo al procedimiento presentado en [7]. En la Fig. 3 se muestra el diagrama esquemático del sistema experimental.



**Figura 3.** Diagrama esquemático del sistema experimental.

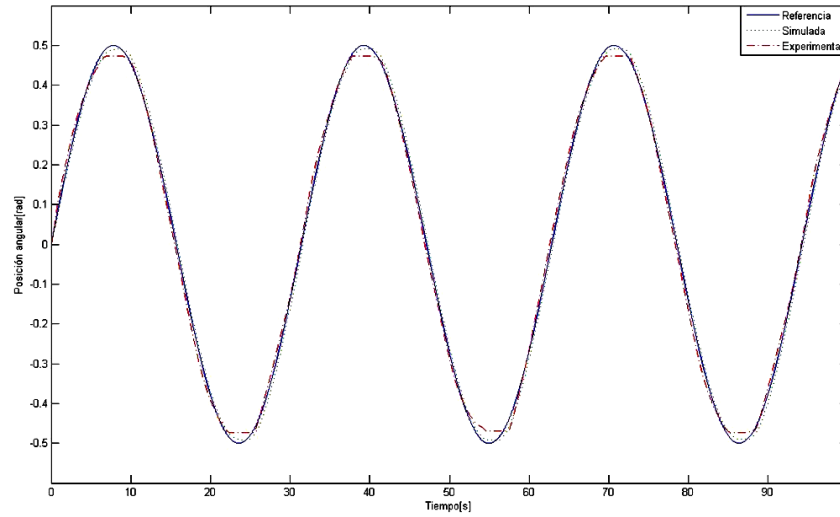
Se utilizó Matlab-Simulink para realizar la simulación numérica con el método de Runge-Kutta de 4to orden y un tiempo de integración de  $\Delta t_s = 5ms$ , un tiempo final  $t_f = 120s$  y condición inicial  $q(t_0 = 0) = [0 \ 0 \ 0]^T$ . Las trayectorias deseadas a seguir por el robot RRR se muestran en (11). Para los resultados experimentales se propuso un tiempo de muestreo de  $\Delta t_e = 5ms$  y se programó la ley de control y la trayectoria deseada en Matlab-Simulink.

$$\begin{aligned} q_{d1}(t) &= \frac{\pi}{2} \sin(0.2t) \\ q_{d2}(t) &= -\frac{\pi}{2} \sin(0.5t) \\ q_{d3}(t) &= 0.03 \sin\left(\frac{2\pi}{50}t\right) \end{aligned} \quad (11)$$

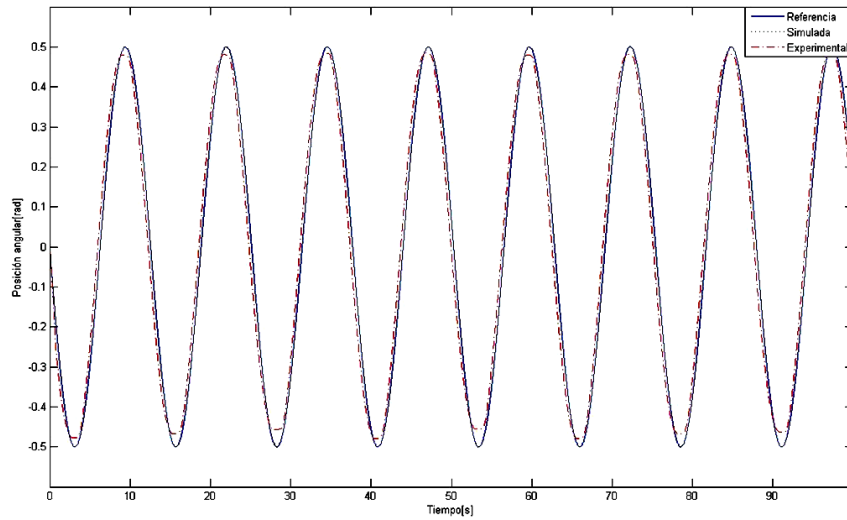
**Tabla 1.** Parámetros del robot RRR y ganancias del controlador PID.

Eslabón 1	$l_1 = 0.152 \text{ m}$	$l_{c1} = 0.114$	$m_1 = 1.472 \text{ kg}$	$I_{zz1} = 0.005 \text{ Kg m}^2$
	$k_{p1} = 2$	$k_{i1} = 0.1207$	$k_{d1} = 2$	$k_{c1} = 0.199 \text{ Nm}$
Eslabón 2	$l_2 = 0.1342 \text{ m}$	$l_{c2} = 0.105 \text{ m}$	$m_2 = 2.207 \text{ Kg}$	$I_{zz2} = 0.003 \text{ Kg m}^2$
	$k_{p2} = 2.8$	$k_{i2} = 0.4$	$k_{d2} = 2$	$I_{zz2} = 0.003 \text{ Kg m}^2$
Eslabón 3	$l_3 = 0.37841 \text{ m}$	$J = 0.00028 \text{ Kg m}^2$	$h = 0.2841 \text{ m}$	$A = 0.002 \text{ m}$
	$k_{p3} = 0.003$	$k_{i3} = 0.0002$	$k_{d3} = 0$	$k_{v3} = 0.0000555 \text{ Nms}$

En las figuras 4, 5 y 6 se muestran los resultados en simulación y en forma experimental del seguimiento de la trayectoria deseada con el controlador propuesto. Se observa que el resultado experimental con el resultado numérico presenta un comportamiento similar, con lo cual podemos validar el modelo dinámico obtenido. Sin embargo, la discrepancia entre los resultados de simulación y experimental se debe principalmente a que no se incluye en el modelo la dinámica asociada con el juego de engranes, además el modelo de fricción propuesto es ideal.



**Figura 4.** Resultados en simulación y experimental del seguimiento de la trayectoria para  $q_1$ .

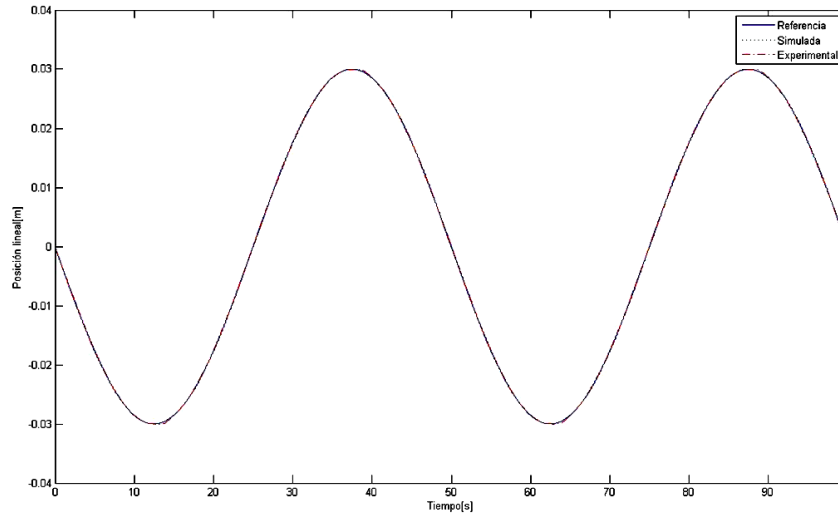


**Figura 5.** Resultados en simulación y experimental del seguimiento de la trayectoria para  $q_2$ .

## 5 Conclusiones.

En este artículo se presenta el modelo desacoplado del robot RRR y se muestran los resultados experimentales en una plataforma de arquitectura de control abierta.

Comparando los resultados en simulación con los resultados experimentales se observa que es factible realizar el desacoplamiento dinámico del robot RRR en dos robots, uno de tipo RR y otro de tipo R.



**Figura 6.** Resultados en simulación y experimental del seguimiento de la trayectoria para q3.

Se mostró el hecho de que es muy útil realizar primeramente simulaciones del sistema a controlar antes de llevar a cabo los resultados experimentales. Sin embargo es muy importante que se obtenga e identifique correctamente los parámetros del modelo del sistema para que los resultados en simulación correspondan a los resultados experimentales.

Algunos beneficios de realizar simulaciones es su fácil reconfiguración, se realiza en forma rápida, y es más conveniente, seguro y barato que estar probando con el sistema experimental.

La arquitectura de control abierta hace posible que la implementación experimental sea más rápida y eficiente.

## Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo otorgado por la Secretaría de Investigación y Posgrado del Instituto Politécnico Nacional bajo el proyecto SIP 20120663 y al CONACYT bajo el proyecto 084060.

Se agradece el apoyo del Dr. Gabriel Sepúlveda Cervantes y del CNAD.

## Referencias

1. Takashi Kabe, Kohichi Tanaka, Hiroyasu Ikeda, Noboru Sugimoto, Consideration on safety for emerging technology – Case studies of seven. *Safety Science*. 2010, Vol. 48, pp. 296-301.
2. Luis Morales-Velazquez, Rene de Jesus Romero-Troncoso, Roque Alfredo Osornio-Rios, Gilberto Herrera-Ruiz, Eduardo Cabal-Yepez, Open-architecture system based on a reconfigurable hardware–software multi-agent platform for CNC machines. *Journal of Systems Architecture*. 2010, Vol. 56, pp. 407-418.

3. Mark W. Spong, Seth Hutchinson, M. Vidyasagar, Robot Modeling and Control. Wiley. 2005.
4. Mahdi Salman Alshamasin, Florin Ionescu, Riad Taha Al-Kasasbeh, Kinematic Modeling and Simulation of a SCARA Robot by Using Solid Dynamics and Verification by MATLAB/Simulink. European Journal of Scientific Research. 2009, Vol.37 No.3 (2009), pp.388-405
5. Miguel G. Villarreal-Cervantes, Carlos A. Cruz-Villar, S. A. Saldívar Bárcenas, L. E. García Sosa, Dynamic coupling between a parallel manipulator and an omnidirectional mobile platform. XV Latinamerican Control Conference, Lima, Perú, Octubre 2012.
6. John J. Craig, Introduction to robotics: mechanics and control, Prentice Hall. 2004.
7. Miguel G. Villarreal-Cervantes, Jesús Said Pantoja García, Análisis comparativo entre un control heurístico y un PID para un sistema mecatrónico, 3th International Supercomputing Conference. Guanajuato, México, Marzo 2012.